

基础物理实验报告

介质中声速的测量

姓 名： 仇 是

学 号： 2200011630

指导教师姓名： 张焱

序 号： 7 组 1 号

二〇二三年 12 月

一、不测定度分析

0、参量设置

选取信号发生器频率 $f = 40.22\text{kHz}$ ，极限误差 $e_f = 0.05\text{kHz}$

声速测量器用于测距的允差 $e_x = 0.005\text{mm}$

示波器显示的线条有一定的宽度，故取极限误差 $e_x = 0.01\text{mm}$

理想气体状态参量法中，极限误差分别取最小分度，即

$e_\theta = 1^\circ\text{C}$ ， $e_H = 0.02$ ， $e_p = 0.05\text{mmHg}$

1、极值法

实验数据如下表所示，其中相邻 x_i 和 x'_i 间距离理论值为 $\frac{\lambda}{2}$

表 1.1 极值法实验数据 (x_i 版)

| | | | | | |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x_i/mm | 48.762 | 53.160 | 57.758 | 61.804 | 66.350 |
| U_{pp}/V | 7.60 | 7.20 | 6.40 | 6.00 | 5.60 |
| x_i/mm | 70.698 | 75.419 | 79.570 | 84.080 | 88.218 |
| U_{pp}/V | 5.40 | 5.20 | 4.80 | 4.40 | 3.76 |

表 1.2 极值法实验数据 (x'_i 版)

| | | | | | |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x'_i/mm | 48.614 | 53.079 | 57.468 | 61.823 | 66.271 |
| U_{pp}/V | 7.60 | 7.20 | 6.40 | 6.00 | 5.60 |
| x'_i/mm | 70.582 | 75.158 | 79.540 | 84.132 | 88.293 |
| U_{pp}/V | 5.40 | 5.20 | 4.80 | 4.40 | 3.76 |

下面使用逐差法测量声速。

计算公式如下：

$$\text{记 } y_i = \frac{2}{5}(x_{i+5} - x_i), \text{ 则 } \lambda = \bar{y}_i$$

带入信号发生器频率 $f = 40.22\text{kHz}$

分别计算得到 $\lambda_1 = 8.8121\text{mm}$ ， $v_1 = 354.4227\text{m/s}$

以及 $\lambda_2 = 8.8104\text{mm}$ ， $v_2 = 354.3552\text{m/s}$

下计算波长和声速的不确定度。

波长不确定度计算如下

A 类不确定度

$$\sigma_{\lambda A} = \sigma_{\bar{y}_i} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n(n-1)}}$$

B 类不确定度

$$\sigma_{\lambda B} = \frac{2}{5} \sqrt{\left(\frac{e_x}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{5} \frac{e_x}{\sqrt{3}}$$

以此， λ 的不确定度为

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\sigma_{\lambda A}^2 + \sigma_{\lambda B}^2}$$

于是，声速 v 的不确定度为

$$\sigma_v = v \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2}$$

分别计算得到

$$\sigma_{\lambda_1 A} = 0.018mm$$

$$\sigma_{\lambda_2 A} = 0.024mm$$

$$\sigma_{\lambda_1 B} = \sigma_{\lambda_2 B} = 0.003mm$$

最终得到

$$\lambda_1 = (8.8121 \pm 0.018)mm, v_1 = (354.4227 \pm 0.9)m/s$$

以及

$$\lambda_2 = (8.8104 \pm 0.024)mm, v_1 = (354.3552 \pm 1.0)m/s$$

2、相位法测量声速

实验数据如下表所示，其中相邻 x_i 和 x'_i 间距离理论值为 λ

表 2.1 相位法实验数据 (x_i 版)

| | | | | | |
|-----------|--------|---------|---------|---------|---------|
| x_i/mm | 50.508 | 59.144 | 67.458 | 76.080 | 84.580 |
| x'_i/mm | 93.278 | 101.832 | 110.314 | 118.923 | 127.531 |

表 2.2 相位法实验数据 (x_i' 版)

| | | | | | |
|----------|--------|---------|---------|---------|---------|
| x_i/mm | 50.314 | 58.964 | 67.217 | 75.818 | 84.450 |
| x_i/mm | 93.964 | 101.532 | 110.167 | 118.569 | 127.529 |

本部分将会通过比较逐差法和线性拟合（最小二乘法）测量声速，对比二者的精确度。

首先使用逐差法测量声速。

计算公式如下：

$$\text{记 } y_i = \frac{1}{5}(x_{i+5} - x_i), \text{ 则 } \lambda = \bar{y}_i$$

带入信号发生器频率 $f = 40.22kHz$

分别计算得到 $\lambda_1 = 8.5643mm$, $v_1 = 344.4578m/s$

以及 $\lambda_2 = 8.5899mm$, $v_2 = 345.4874m/s$

波长不确定度计算如下

A 类不确定度

$$\sigma_{\lambda A} = \sigma_{\bar{y}_i} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n(n-1)}}$$

B 类不确定度

$$\sigma_{\lambda B} = \frac{1}{5} \sqrt{\left(\frac{e_x}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{5} \frac{e_x}{\sqrt{3}}$$

以此， λ 的不确定度为

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\sigma_{\lambda A}^2 + \sigma_{\lambda B}^2}$$

于是，声速 v 的不确定度为

$$\sigma_v = v \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2}$$

分别计算得到

$$\sigma_{\lambda_1 A} = 0.019mm$$

$$\sigma_{\lambda_2 A} = 0.023mm$$

$$\sigma_{\lambda_1 B} = \sigma_{\lambda_2 B} = 0.00163mm$$

最终得到

$$\lambda_1 = (8.5643 \pm 0.019)mm, v_1 = (344.4578 \pm 0.9)m/s$$

以及

$$\lambda_2 = (8.5899 \pm 0.023)mm, v_1 = (345.4874 \pm 1.0)m/s$$

其次使用最小二乘原理进行线性拟合。

将数据导入 Origin 软件，进行线性拟合，得到如下结果：

图 1. x_i 的线性拟合结果

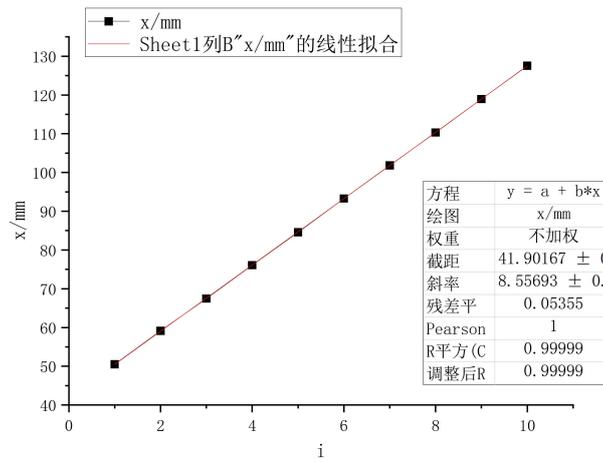
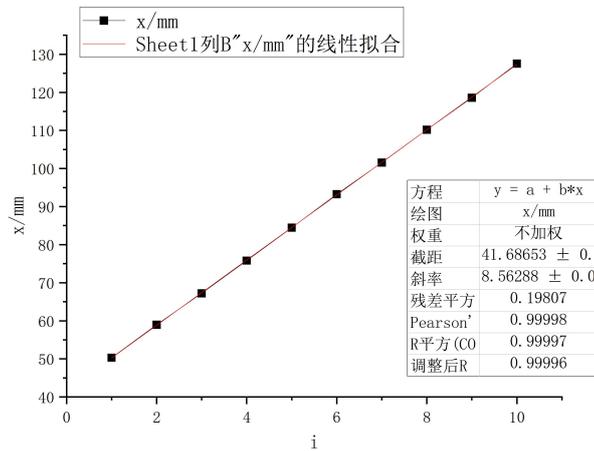


图 2. x'_i 的线性拟合结果



下计算斜率 k 的不确定度。这里具体展现 x'_i 数据的计算过程，对 x_i 同理，便不重复展示。

斜率 k 为

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2} = 8.5629$$

相关系数为

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2}} = 0.9999$$

k 的随机误差部分为

$$\sigma_a = k \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}}$$

$$\sigma_b = \frac{e_x}{\sqrt{3} \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (i - \bar{i})^2}}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$$

这里 $\lambda = k$, 于是 $\sigma_\lambda = \sigma_k$

于是, 声速 v 的不确定度为

$$\sigma_v = v \sqrt{\left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2}$$

分别计算得到

$$\sigma_{\lambda_1 A} = 0.01 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\lambda_2 A} = 0.02 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\lambda_1 B} = \sigma_{\lambda_2 B} = 0.0006 \text{ mm}$$

最终得到

$$\lambda_1 = (8.5569 \pm 0.01) \text{ mm}, v_1 = (344.1593 \pm 0.6) \text{ m/s}$$

以及

$$\lambda_2 = (8.5629 \pm 0.02) \text{ mm}, v_1 = (344.3998 \pm 0.8) \text{ m/s}$$

3、理想气体状态法测量声速

实验数据如下:

表 3.理想气体状态参量法实验数据

| | $\theta/^\circ\text{C}$ | p_s/Pa | $H/\%$ | p/mmHg |
|------|-------------------------|-----------------|--------|-----------------|
| 最小分度 | 1 | 0.1 | 2 | 0.05 |
| 数据 | 16.0 | 1817.9 | 42 | 776.35 |

下计算声速及其不确定度:

$$v = 331.45 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T_0}\right) \left(1 + \frac{0.3192 p_w}{p}\right)}$$
$$= 331.45 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T_0}\right) \left(1 + \frac{0.3192 H p_s}{p}\right)}$$

取微分, 代换标准差公式, 得到

$$\sigma_v = 331.45 \frac{\sigma_\theta}{T_0} \frac{1}{2 \sqrt{\frac{\theta}{T_0} + 1}} \sqrt{\frac{0.3192 H p_s}{p} + 1} + 331.45 \sqrt{\frac{\theta}{T_0} + 1} \left(-\frac{0.3192 H p_s \sigma_p}{p^2} \right. \\ \left. + \frac{0.3192 p_s \sigma_H}{p} + \frac{0.3192 H \sigma_{p_s}}{p} \right) \frac{1}{2 \sqrt{\frac{0.3192 H p_s}{p} + 1}}$$

同时计算得 p_s 的极限误差 $e_{p_s} = 24.47 Pa$

其余物理量的极限误差都使用最小分度代替, 带入得

$$v = (344.9 \pm 0.4) m/s$$

4、不确定度比较分析

1. 对于极值法、相位法, 波长的 A 类不确定度比 B 类不确定度大一个量级左右, 说明本实验中偶然误差起主导作用, 而系统误差相对较小。

2. 理想气体状态参量法的不确定度最小, 较为可靠, 故将参量法测得的数据作为真实值是合理的。

3. 极值法、相位法不确定度比参数法高, 随机误差较大, 可能原因有:

- (1) 两换能器间的空气未能与外界隔离, 易受到外界的扰动;
- (2) 信号发生器相位不稳, 示波器上波形可见明显的漂移。

4. 对比线性拟合与逐差法的不确定度。不难发现, 线性拟合法得到的数据不确定度比逐差法略低, 可能有以下原因:

(1) 线性拟合对“较好”的数据拟合结果更精确。对比发现, 皮尔逊相关系数叫接近 1 的数据拟合效果更好, 不确定度更低。

(2) 逐差法将数据分块隔项计算差值, 忽略了数据之间的关联。而线性拟合综合了每组数据间的相互关联, 故不确定度更低。

二、超声波水光栅衍射法

实验条件如表 4。

表 4.超声波水光栅衍射法实验数据

| | f/MHz | λ/nm | $\theta/^\circ\text{C}$ | L/cm |
|------|----------------|---------------------|-------------------------|---------------|
| 最小分度 | 9.941 | 633 | 16.0 | 444.0 |

衍射斑平均距离 $\overline{\Delta x} = 18.9\text{mm}$

则有：

$$\lambda = d = \frac{L \cdot \lambda_{\text{光}}}{\Delta x} = 1.487 \times 10^{-4}\text{m}$$
$$v = \lambda f = 1478.27\text{m/s}$$

三、思考题

3.1 能用人耳听到的声波作为发射波吗？

不能。因为正常人耳所听到音波得波长下限约 17cm，而声速测定仪上两换能器的工作距离在 40cm- 150cm 左右，只能包含最多 6 个波长，数据样本量过少，随机误差较大。

3.2 如何手动调整示波器方便极值和图象读取？

(1) 调极值：可以使用数字示波器中“显示”--“连续”--“无限长”模式，先粗调一遍换能器的距离，画出波形在极值附近的包络线，再倒转回原处细调，使波形的最高点与包络线的最高点重合，这样就能精确地读取极值。

(2) 图象读取注意事项：适当调节纵向偏转电压，使波形占屏幕约 $\frac{3}{4}$ 左右的上下限，这样能更精确地分辨波振幅的变化。

3.3 如何估算和测量回程差大小？

先单向调节两换能器距离至振幅极值，记下极值点的位置。然后以原来的方向稍微越过极值点，而后反向调节两换能器距离直至再次到达极值点。两次极值点位置之差即为仪器的回程差大小。

3.4 驻波和行波两个原理为什么可以共用？会不会互相干扰？

不会互相干扰。行波在各点振幅相同，相位不同；驻波在各点相位相同，振幅不同。

在使用极值法（驻波法）时，波极值点的位置由驻波决定；在使用相位法（行波法）时，行波决定波相位随空间的变化。因此两者互不干扰。

3.5 极值法中多极值出现的原因是什么？

声波会在两个换能器之间多次反射。

当换能器之间的空气腔长度不是波长整数倍时，反射波之间发生干涉使腔内波的能量降低。

当空气腔长度为波长的整数倍时，声波在空气腔内形成共振，振幅最大。

满足长度等于波长整数倍的空气腔的长度不止一个，所以会出现多极值。

3.6 极值法中测量距离的远近对结果有什么影响？

距离过短，换能器接收到的声波振幅过大，换能器不能工作在线性区，会影响极值点的判断；

距离过长，换能器接收到的声波振幅过小，此时声波信号难以与空气中的扰动区分开，判断极值点变得困难，具体表现为极值点难以循迹，波形包络线几乎为平行直线。

四、收获与感想

课堂操作时遇到波形曲线不稳定的状况，后发现是由于电路连接不稳定所致。

进行含电路仪器连接相关实验时，首先需要检查电路是否完好连接。

本次实验让我深刻理解了不同方式误差分析的应用背景及计算方式，也显著提升了对于 LaTeX 相关物理公式的熟练掌握度。