光衍射定量研究

2300011403 杨轶

October 2023

1 数据处理

1.1 单缝

1.1.1 第一次实验，误差较大

第一组数据是给老师您检查时误差较大的结果。I_0 为衍射光斑主极大相对光强，I_1 与 $I_1^{'}$ 为两个次级大的相对光强，对应坐标分别为 x_0、x_1、$x_1^{'}$。

i	x_i/mm	相对光强 I_i
0	9.550	3845
1	5.410	168
$1^{'}$	13.735	162

表 1: 单缝第一次实验数据

对称性检验：

$$\frac{I_1 - I_1^{'}}{\frac{1}{2}(I_1 + I_1^{'})} = 3.64\% < 10\% \tag{1}$$

次极大光强检验：

$$4\% < \frac{I_1 + I_1^{'}}{2I_0} = 4.29\% < 5.5\% \tag{2}$$

单缝缝宽：

$$\sin\theta = \frac{\Delta x}{z} = \frac{1.43\lambda}{d} \tag{3}$$

$$d = \frac{1.43\lambda z}{\Delta x} \tag{4}$$

实验数据：

$$z = 786.0\,\mathrm{mm},\ \sigma_z = \frac{0.5\,\mathrm{mm}}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}(x_1^{'} - x_1) = 4.1625\,\mathrm{mm},\ \sigma_{\Delta x} = \frac{0.005\,\mathrm{mm}}{\sqrt{3}}$$

氦氖激光器波长：$\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}$

将上述结果代入式 4，可得:

$$d = 170.87\,\mathrm{\mu m} \tag{5}$$

$$\sigma_d = d \cdot \sqrt{(\frac{\sigma_z}{z})^2 + (\frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x})^2} = 0.14\,\mu\text{m} \tag{6}$$

所以

$$d = (170.87 \pm 0.14)\mu\text{m} \tag{7}$$

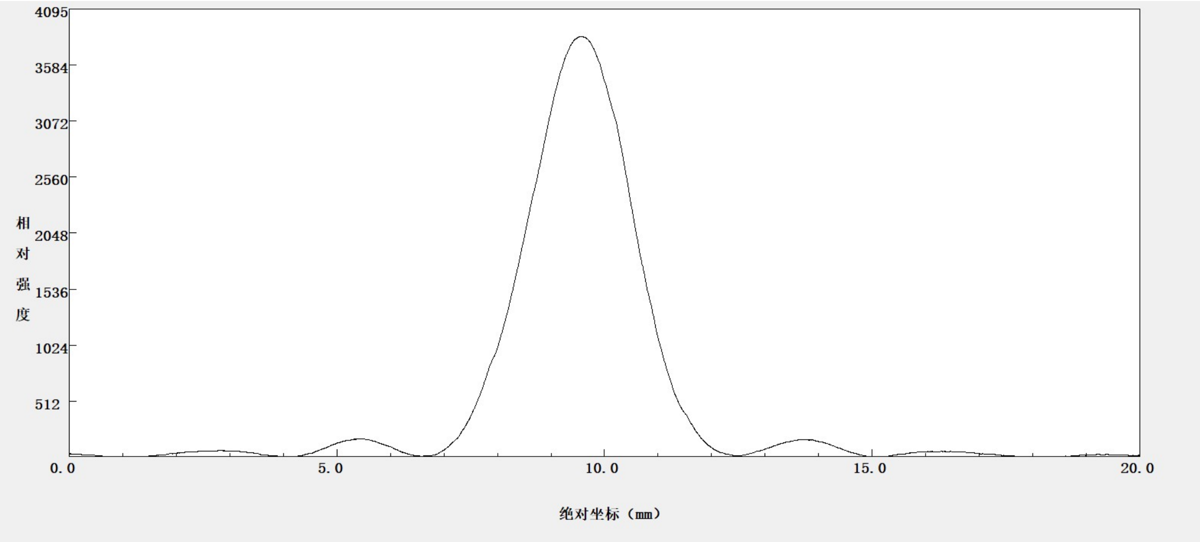

图 1: 单缝第一次实验光强分布图

1.1.2 第二次实验，较为准确

第二组数据是做完所有实验后重做的单缝衍射的结果。

i	x_i/mm	相对光强 I_i
0	7.135	3447
1	3.185	156
$1^{'}$	11.220	148

表 2: 单缝第二次实验数据

对称性检验:

$$\frac{I_1 - I_1^{'}}{\frac{1}{2}(I_1 + I_1^{'})} = 5.26\% < 10\% \tag{8}$$

次极大光强检验:

$$4\% < \frac{I_1 + I_1^{'}}{2I_0} = 4.41\% < 5.5\% \tag{9}$$

实验数据:

$$z = 780.0\,\text{mm},\ \sigma_z = \frac{0.5\,\text{mm}}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}(x_1^{'} - x_1) = 4.0175\,\text{mm},\ \sigma_{\Delta x} = \frac{0.005\,\text{mm}}{\sqrt{3}}$$

氦氖激光器波长: $\lambda = 632.8\,\text{nm}$

将上述结果代入 4，可得:

$$d = 175.69\,\mu\mathrm{m} \tag{10}$$

$$\sigma_d = d \cdot \sqrt{(\frac{\sigma_z}{z})^2 + (\frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x})^2} = 0.15\,\mu\mathrm{m} \tag{11}$$

所以

$$d = (175.69 \pm 0.15)\mu\mathrm{m} \tag{12}$$

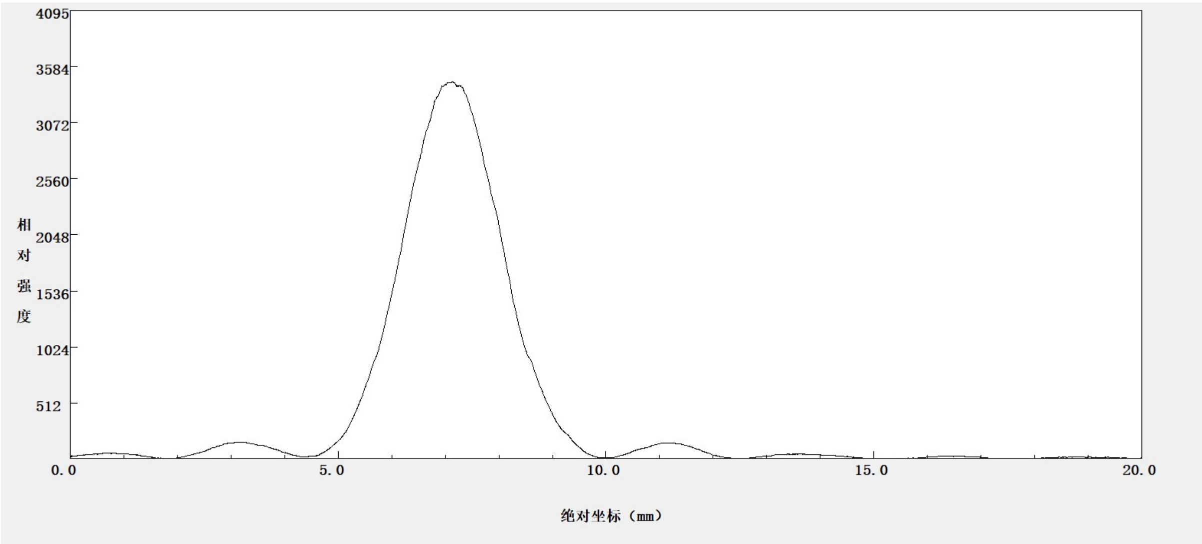

图 2: 单缝第二次实验光强分布图

1.2 三缝

I_0 为衍射光斑主极大相对光强，I_1 与 $I_1^{'}$ 为两个第一次级大的相对光强，I_2 与 $I_2^{'}$ 为两个第二次级大的相对光强，对应坐标分别为 x_0、x_1、$x_1^{'}$、x_2、$x_2^{'}$。

i	x_i/mm	相对光强 I_i
2	12.780	72
1	17.985	1685
0	22.745	3390
$1^{'}$	28.205	1569
$2^{'}$	32.595	65

表 3: 三缝实验数据

实验数据:

$$z = 758.5\,\mathrm{mm}$$

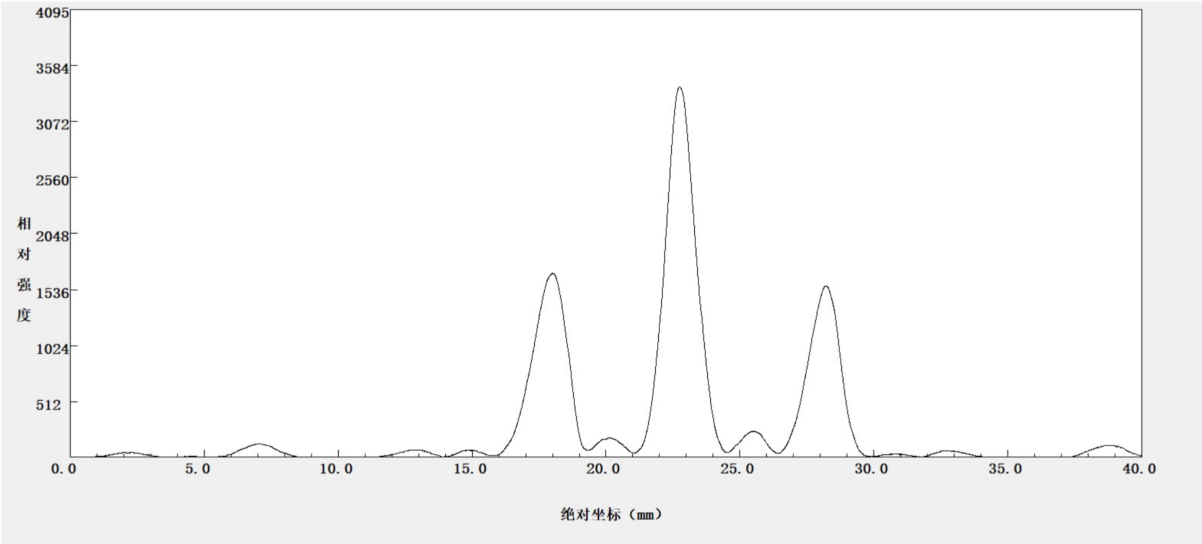

图 3: 三缝衍射实验光强分布图

1.2.1 缝间距计算

先算缝间距:

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{\Delta x}{z} \tag{13}$$

其中 $\Delta x = \frac{1}{2}(x_1^{'} - x_1) = 5.1100\,\mathrm{mm}$
故有

$$d = \frac{\lambda z}{\Delta x} = 93.93\,\mathrm{\mu m} \tag{14}$$

1.2.2 通过光强直接计算缝宽

用次级大相对光强直接计算衍射因子进而获得缝宽

$$\frac{I_1 + I_1^{'}}{2I_0} = (\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2 \tag{15}$$

其中 $\alpha = \frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$，$\sin\theta = \frac{x_1^{'} - x_1}{2z}$
代入实验数据，由式 15,

$$b = \frac{2\alpha\lambda z}{\pi(x_1^{'} - x_1)} = 42.72\,\mathrm{\mu m} \tag{16}$$

所以三缝缝间距 $d = 93.93\,\mathrm{\mu m}$，缝宽 $b = 42.72\,\mathrm{\mu m}$

1.2.3 通过曲线拟合计算缝宽

此处使用 Mathematica 进行曲线拟合。

图 4中拟合点为表 3中的第一次极大与第二次极大的四组数据，仅将坐标原点改为中央主极大位置。上图中 $k = \frac{\pi b}{\lambda z}$

$$kx = \frac{\pi b x}{\lambda z} = \alpha$$
$$k = 278.817\,\mathrm{m}^{-1} \tag{17}$$

```
In[11]:= data = {{-9.965*10^(-3), 72/3390}, {-4.76*10^(-3), 1685/3390}, {5.46*10^(-3), 1569/3390}, {9.85*10^(-3), 65/3390}};
         fit = FindFit[data, (Sin[k*x]/(k*x))^2, {k}, x]
               求拟合                正弦

Out[11]= {k → 278.817}
```

图 4: Mathematica 拟合

$$b = \frac{kz\lambda}{\pi} = 42.60\,\mu\mathrm{m} \tag{18}$$

```
In[12]:= Plot[(Sin[k x]/(k x))^2 /. {k → 278.817}, {x, -0.03, 0.03}]
         绘图
```

Out[12]=

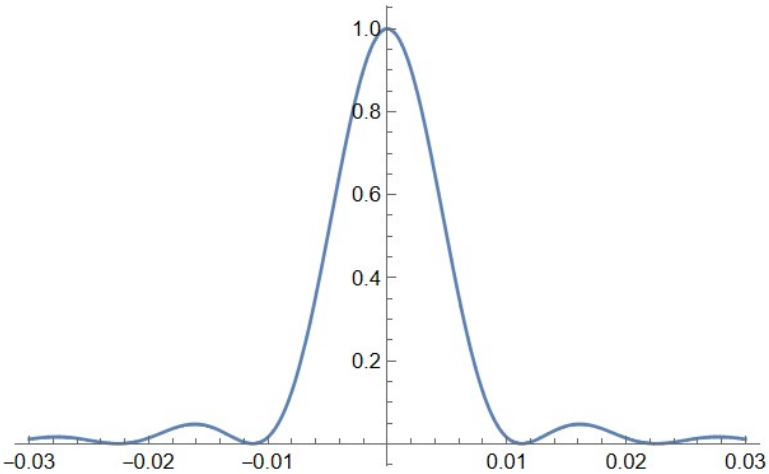

图 5: 拟合曲线

1.3 误差分析

在单缝第一次实验中，我所测得的单缝缝宽 $d = 170.87\,\mu\mathrm{m}$，比标准值 $175\,\mu\mathrm{m}$ 偏小较多。我认为是单缝平面与光线不垂直所导致的。

若单缝平面在光学平台水平投影与光线不垂直，此时入射光与单缝平面法线夹角为 θ_0，如下图所示。

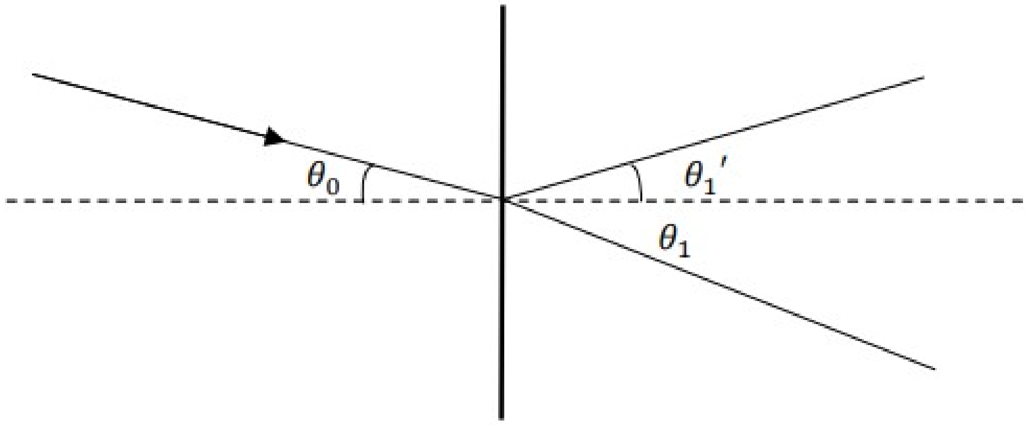

图 6: 单缝平面在光学平台水平投影与光线不垂直

应有：

$$\sin\theta_1^{'} + \sin\theta_0 = 1.43\frac{\lambda}{d} \tag{19}$$

$$\sin\theta_1 - \sin\theta_0 = 1.43\frac{\lambda}{d} \tag{20}$$

其中 $\sin\theta_1 = \frac{x_1 - x_0^{'}}{z}$，$\sin\theta_1^{'} = \frac{x_0^{'} - x_1^{'}}{z}$，此处 $x_0^{'}$ 不是主极大位置，为中心坐标。

将式 19与式 20相加可得:

$$\frac{x_1^{'} - x_1}{z} = 2\times 1.43\frac{\lambda}{d} \tag{21}$$

所以

$$\frac{\Delta x}{z} = 1.43\frac{\lambda}{d} \tag{22}$$

所以可见单缝平面在光学平台水平投影与光线不垂直对实验结果单缝缝宽的测量是没有影响的，但可能会影响对称性。

若单缝平面在光线所在的竖直平面的投影与光线不垂直，此时光线与单缝平面法线夹角为 γ。

此时

$$\sin\theta_1 = \frac{\Delta x}{z/\cos\gamma} = 1.43\frac{\lambda}{d} \tag{23}$$

$$d = \frac{1.43\lambda z}{\Delta x\cos\gamma} \tag{24}$$

由式 24可见，标准值 $d_0 = \frac{1.43\lambda z}{\Delta x\cos\gamma}$，而测量值 $d = \frac{1.43\lambda z}{\Delta x}$，有 $\cos\gamma \le 1$，故 $d_0 \ge d$，当且仅当 $\gamma = 0$ 是取等。由此可见，我在第一次实验中单缝平面在竖直方向上没有调制与光线垂直，故导致测量值偏小。

2 其他衍射结构衍射图案

图 7: 双缝衍射图样

图 8: 单方孔衍射图样

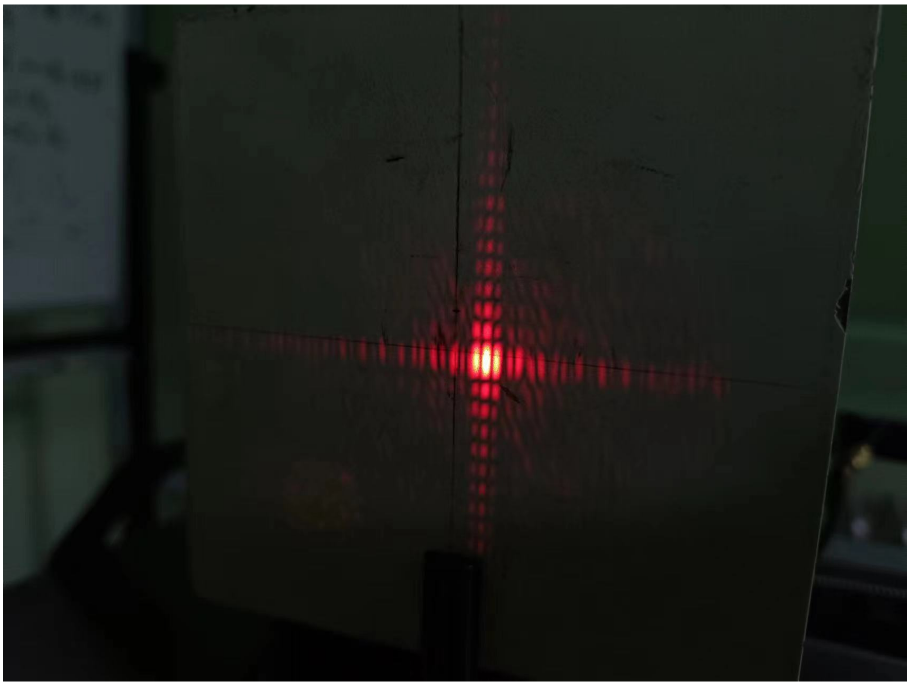

图 9: 双方孔衍射图样

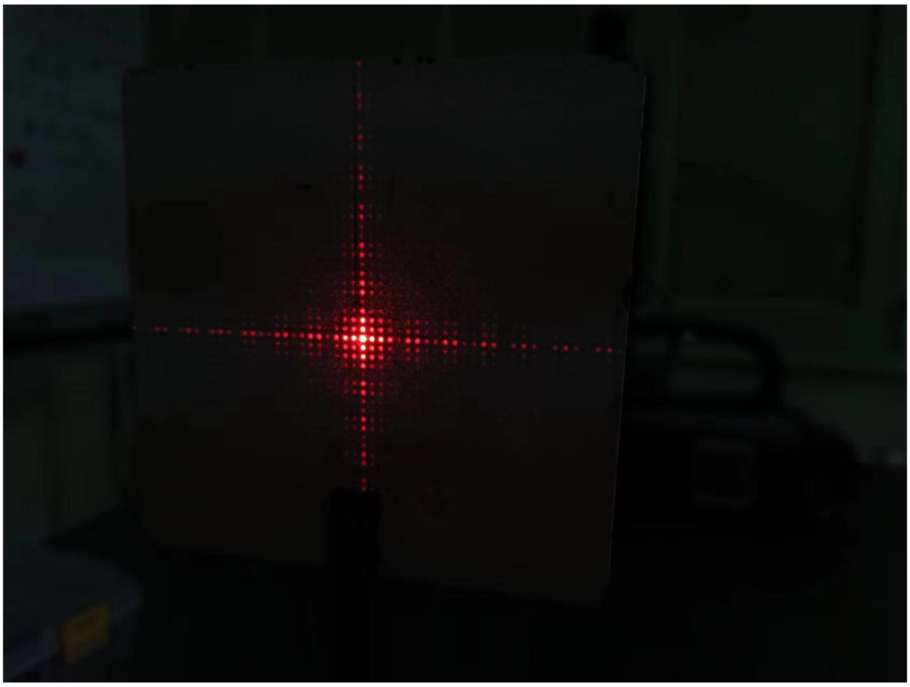

图 10: 方孔方阵衍射图样

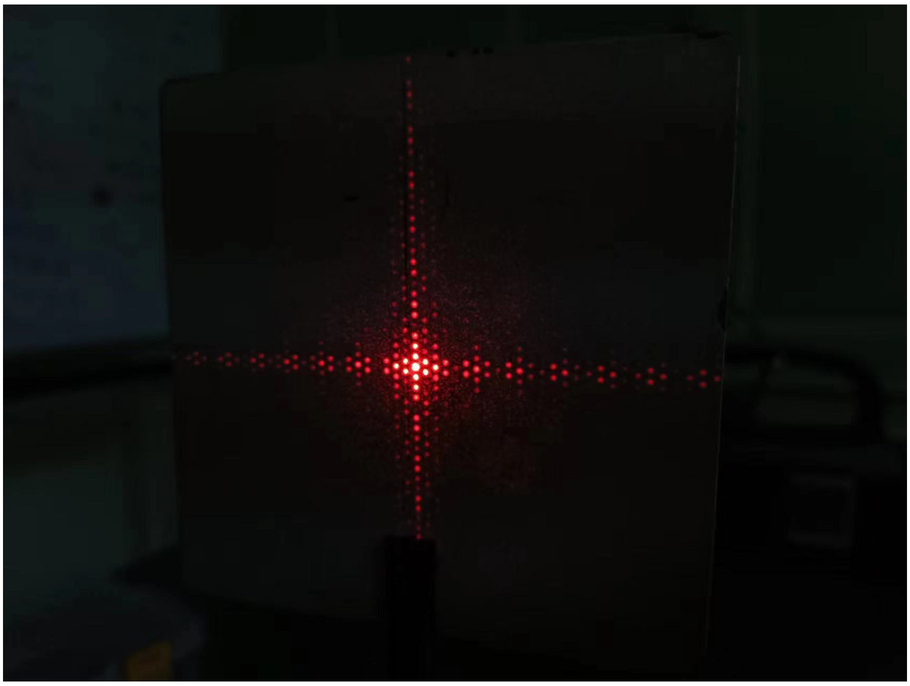

图 11: 方孔密排衍射图样

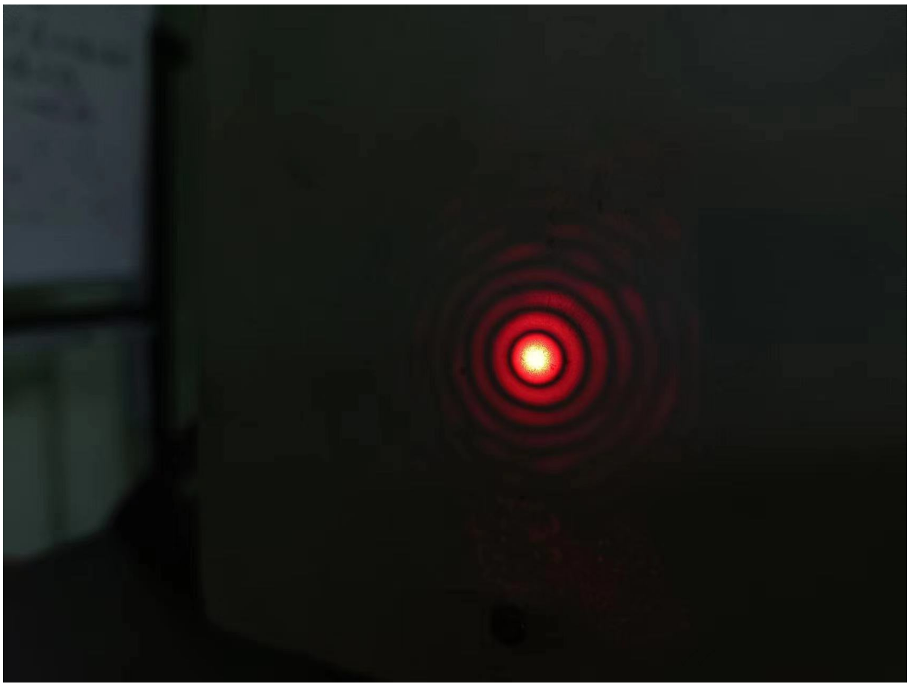

图 12: 单圆孔衍射图样

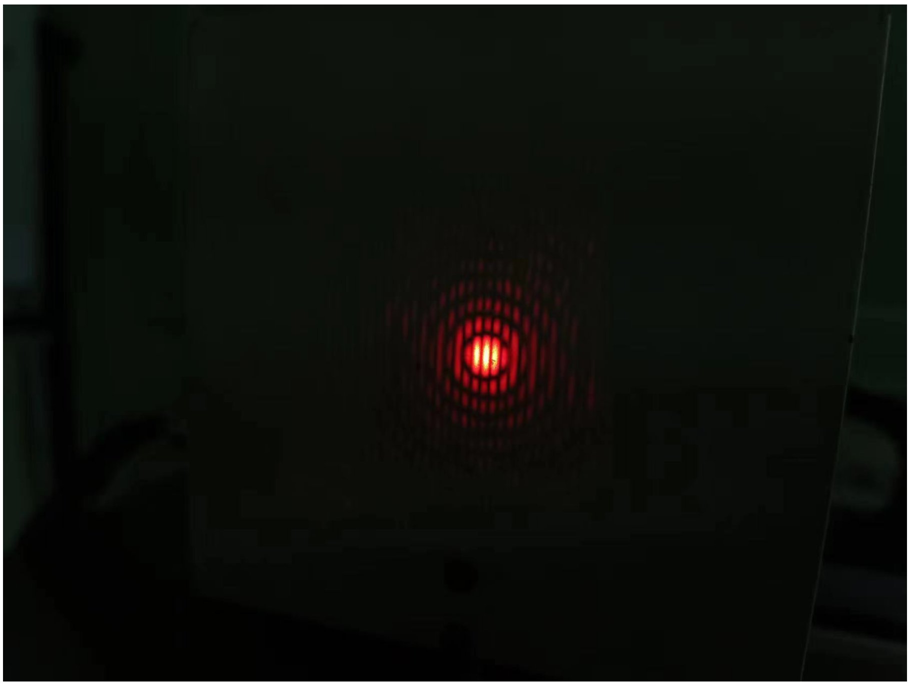

图 13: 双圆孔衍射图样

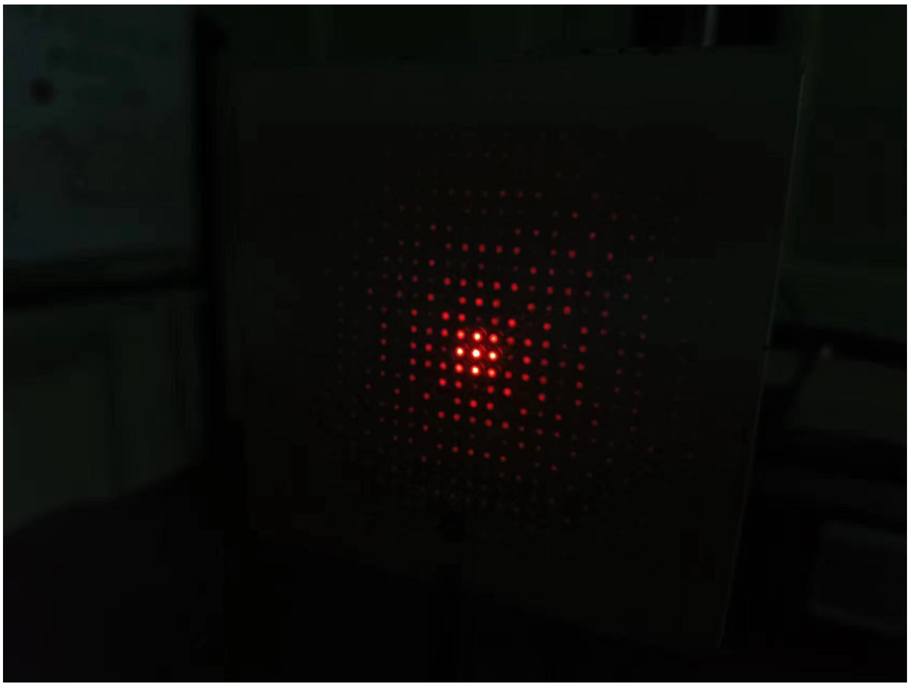

图 14: 圆孔方阵衍射图样

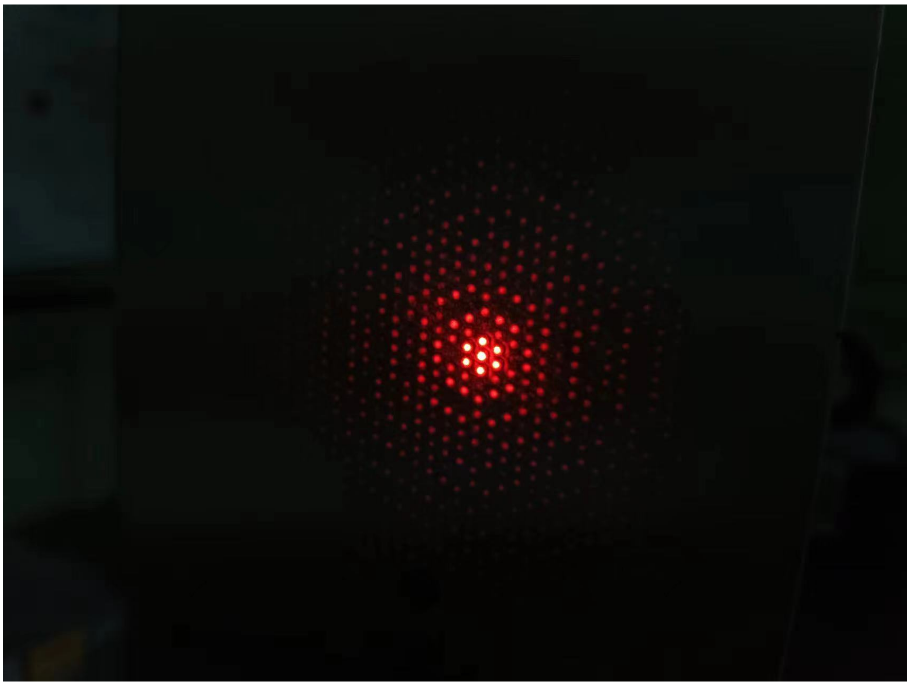

图 15: 圆孔密排衍射图样

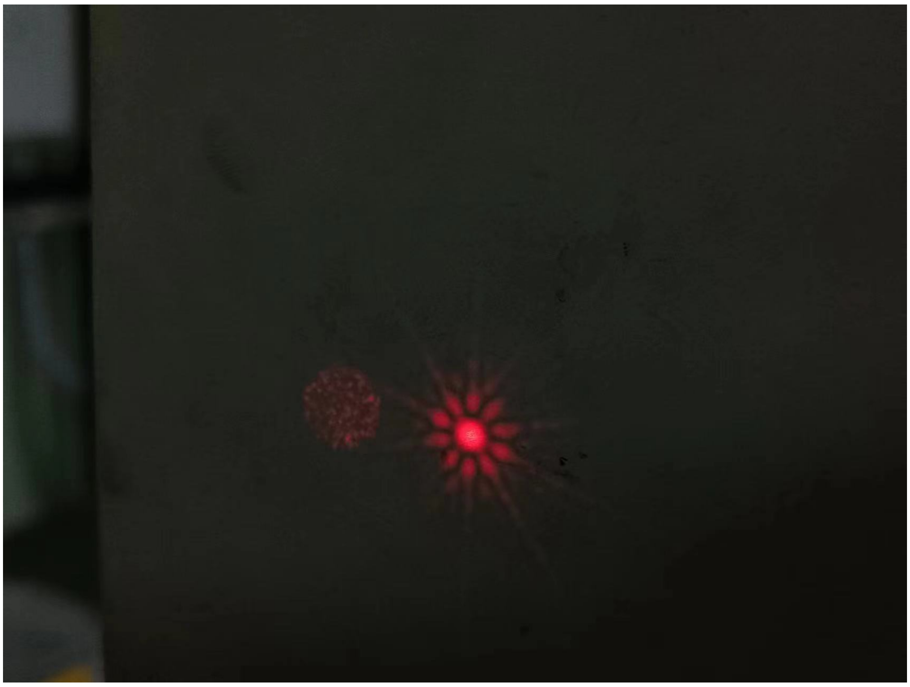

图 16: 五角星衍射图样