

复摆实验

杨轶

April 2024

1. 在推导复摆周期公式中，引入相对重心转动惯量与回转半径，引入一个长度量纲的物理量简化公式，使得推导的结果更加简洁。

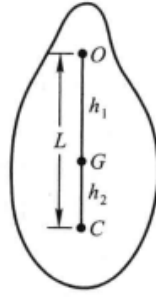


图 1: 复摆共轭性示意图

2. (a) 共轭性：图 1中，G 为复摆重心，O 为支点，此时有复摆周期为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{R_G^2}{h} + h}{g}}, \quad (1)$$

其中 R_G 为复摆对 G 轴的回转半径， h 为支点到复摆重心的距离，在图 1中为 h_1 。显然，我们可以找到一个单摆，使得它的摆动周期等于复摆的摆动周期，令 $L = \frac{R_G^2}{h} + h$ 。

图 1中给出一个复摆，假如它的振动中心在 C 点，支点在 O 点，如果这个摆绕过 C 点的平行于 O 点的轴摆动，且得到的周期不变，此时 O 和 C 两点互为共轭，即有两个周期 $T_1 = T_2$ ，由式 1，有：

$$h^2 - \frac{T^2}{4\pi^2}gh + R_G^2 = 0, \quad (2)$$

式 2为 h 的二次方程，有

$$h_1 h_2 = R_G^2, \quad (3)$$

$$h_1 + h_2 = \frac{T^2}{4\pi^2}g. \quad (4)$$

- (b) 由式 3、4可得，有：

$$L = h_1 + h_2 = \frac{T^2}{4\pi^2}g, \quad (5)$$

化简得：

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \quad (6)$$

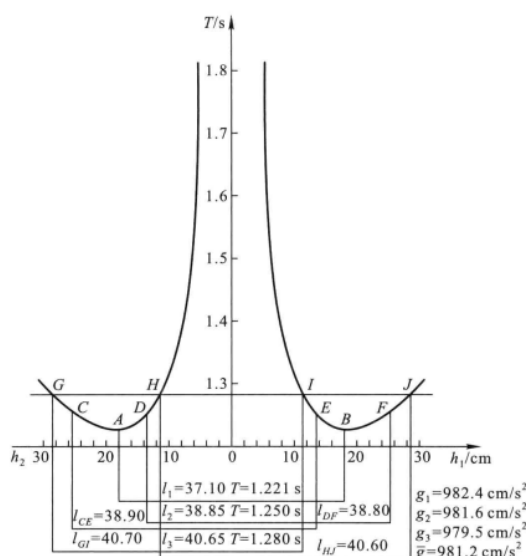


图 2: 质量分布均匀复摆的 $T-h$ 关系图

对于一个复摆，其振动周期与 h_1 和 h_2 的关系如图 2 所示，做一条平行于 h 轴的直线与曲线产生四个交点，这四个交点即为两对共轭点。取其中一对交点（如 G,I），找到对应的 h_1 和 h_2 ，计算出等效摆长 $L = h_1 + h_2$ ，从而可以通过式 6 计算出重力加速度 g 。

3. 支撑法安装优点：

- (a) 可以固定支点位置；
- (b) 减小摩擦损耗

4. 设计复摆重心到支点距离的测量

选出通过重心的一条直线上的重心两侧的点，并得到不同的振动周期，测出两个点之间的距离 L ，与两个支点对应的振动周期 T_1 与 T_2 ，有

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_G + mh_1^2}{mgh_1}}, T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_G + mh_2^2}{mgh_2}}. \quad (7)$$

消去 I_G ，有：

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2(h_1 + h_2)} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(h_1 - h_2)}, \quad (8)$$

结合 $L = h_1 + h_2$ ，可计算出 h_1 与 h_2 的大小，从而得到质心位置。

5. 复摆周期测量误差来源：

- (a) 空气阻力等摩擦带来的能量损耗；
- (b) 大角度摆动；
- (c) 不是在摆动平面内摆动；
- (d) 光电门与摆动平面不垂直。

6. 两种周期微调方案：

- (a) 调整复摆两端微调螺母的位置；
- (b) 在摆杆上加上加重片。